# 基于海冰热力学原理的营口海域冰厚演变 规律及工程应用

马玉贤<sup>1</sup>, 谭红建<sup>2</sup>, 于福祥<sup>3</sup>, 陈 雪<sup>1</sup>, 袁 帅<sup>1</sup>, 许 宁<sup>1</sup>, 史文奇<sup>1</sup>

(1.国家海洋环境监测中心, 辽宁 大连 116023; 2.自然资源部第三海洋研究所, 福建 厦门 361005; 3.大连 测控技术研究所, 辽宁 大连 116013)

摘 要:本文依据营口气象站 1951年以来的气象观测数据,结合热力学模式 HIGHTSI,重现了 1951-2018年冬季(67 a)海冰的生长与融化过程。对计算结果进行分析,多年平均冰厚在 2 月初较 为对称,多年最大冰厚约为 0.24 cm。自 1951年以来最大海冰厚度与平均海冰厚度的减小速率分别为 0.255 cm/a 和 0.076 cm/a,海冰厚度随时间的演变规律为:海冰厚度越大,发生概率最大值对应的年份越 早,即大于 40 cm海冰厚度的最大概率发生于 20 世纪 50 年代,小于 10 cm海冰厚度的最大概率发生于 20 世纪 90 年代。1951-2018年,每 10 年的代际海冰厚度分布概率分析结果表明,20 世纪 70 年代为持续的常冰年冰情,20 世纪 90 年代为持续的轻冰年,各海冰厚度的概率呈连续减小趋势;其余代际年份 的冰情呈现轻冰年与重冰年的波动变化,各海冰厚度的概率呈减小-增大-减小的规律。本文定量描述 了气候变化对营口冰情的影响,为海洋工程设计的海冰参数选取奠定了数据基础。

关键词:气候变化; 营口; 热力学模式; 海冰厚度; 工程应用

中图分类号:P731.15 文献标识码:A 文章编号:1007-6336(2022)06-0930-07

# The evolution law and engineering application of ice thickness in Yingkou sea area based on the thermodynamic of sea ice

MA Yu-xian<sup>1</sup>, TAN Hong-jian<sup>2</sup>, YU Fu-xiang<sup>3</sup>, CHEN Xue<sup>1</sup>, YUAN Shuai<sup>1</sup>, XU Ning<sup>1</sup>, SHI Wen-qi<sup>1</sup>

(1.National Marine Environment Monitoring Center, Dalian 116023, China; 2.Third Institute of Oceanography, Ministry of Natural Resources, Xiamen 361005, China; 3.Dalian Scientific Test and Control Technology Institute, Dalian 116013, China)

Abstract: Based on the meteorological observation data of Yingkou Meteorological Station since 1951, and combined with the thermodynamic model HIGHTSI, this paper reproduces the ice thick growth and melt process from 1951 to 2018. After analyzing the calculation results, the multi-decadal mean ice thickness showed a quite symmetrical distribution with a multi-decadal maximum ice thickness of about 0.24 cm in the beginning of February. The multi-decadal ice-mass balance revealed decreasing trends of the maximum and average ice thickness of 2.55 cm/decade and 0.76 cm/decade, respectively. Since 1951, the evolution of sea ice thickness has shown the law that the larger the ice thickness, the earlier the probability of the maximum value

收稿日期:2022-01-03,修订日期:2022-04-24

基金项目:国家重点研发计划项目 (2017YFA0604901); 大连市高层次人才创新项目 (2019RJ07); 辽宁省民生科技计划 (2021JH2/10300004)

作者简介:马玉贤(1989-),男,山西大同人,博士研究生,主要从事海冰物理力学性质研究,E-mail: yxma@nmemc.org.cn 通讯作者:许 宁(1983-),女,河北秦皇岛人,研究员,主要从事海冰物理力学性质研究,E-mail: nxu@nmemc.org.cn

occurring. The maximum probability of ice thickness greater than 40 cm occurred in 1950s, the maximum probability of ice thickness of 20 cmto 40 cm occurred in 1960s, the maximum probability of ice thickness of 10 cm to 20 cm occurred in 1970s, and the maximum probability of ice thickness of less than 10 cm occurred in 1990s. The probability of distribution of ice thickness in the ten-year season since 1951 is given, and the severity of ice conditions within ten years shows the fluctuation change between light ice years and heavy ice years, and the probability of each ice thickness range shows the law of first increasing and then decreasing. The 1990s showed a continuous light ice year, and the ice thickness range showed a continuous decreasing trend. This paper quantitatively describes the impact of climate change on Yingkou ice conditions, and lays a data foundation for the selection of sea ice parameters for marine engineering design.

Key words: climatic change; Yingkou; thermodynamic ice model; sea-ice thickness; engineering applications

渤海海域每年冬季都有海冰生成,季节性海冰对涉海经济活动有重要影响。针对海冰的影响,科研人员开展了大量调查和研究工作<sup>[1]</sup>。随着温室气体的快速排放,气候变化引起的海冰冰情变化也逐渐被重视。渤海海域表征冰情严重程度的主要参数包括浮冰范围与海冰厚度<sup>[2-3]</sup>。受连续数据获取方式的限制,当前关于海冰浮冰范围的研究较多,以海冰厚度为对象的研究较少。浮冰范围仅在宏观尺度上对冰情严重程度进行评价,无法通过内部状态评估海冰的生消过程。为明确气候变化对冰情演变的影响,有必要剔除动力过程对冰情的影响,着重分析热力要素变化引起的冰情演变。

当前,以鲅鱼圈雷达海冰观测(近20年)为 代表的业务化海冰连续观测[4],由于数据序列长 度不足等问题,不能有力支撑当前气候变化引起 的海冰厚度演变研究工作的开展。海冰数值模 型可以解决观测数据的不足问题。现有研究认为, 海冰单层冰冰厚与天气条件有很强的联系<sup>[5]</sup>, 依据可靠的气象观测数据,可以得到有价值的 长期海冰厚度数据。Maykut和 Untersteiner<sup>[6]</sup> (MU71 模型)研发了首个海冰厚度方向的热力 学模型,成功模拟了海冰随季节的生消过程,其 模式框架一直沿用至今。程斌<sup>[7]</sup>利用积分插值 法构造出守恒型差分格式,数值结果表明,积分 插值法构造的守恒型差分格式计算稳定。 Cheng 和 Launiainen 等<sup>[8-14]</sup> 在已有海冰热力学模 式基础上发展了一维高分辨率雪冰热力学模式 (HIGHTSI),给出较为完整的气-冰耦合参数化 方案,通过积雪层、冰层的高分辨率进行计算, 提高了模式计算的精度。20世纪80年代末

90年代初,研究者建立了渤海海冰数值预报系统,渤海海冰物理和模拟论文陆续发表<sup>[15-18]</sup>。中国和芬兰在1990年冬季联合开展鲅鱼圈近岸海域气象、海冰冰温等参数的现场调查,获得了8d逐小时连续数据。Cheng等<sup>[14]</sup>基于这些数据,进行了HIGHTSI模式冰温的检验。

海冰载荷一直是有冰海域海洋工程结构关 注的重点。一般而言,引起海洋工程结构构件失 效的原因有两种:由冰力极值引起的强度失效与 由交变冰力引起的疲劳失效<sup>[19-21]</sup>。海冰厚度是 极值冰力取值、交变冰力周期与幅值的控制性 因素。因此,海冰厚度的合理取值是评估海洋工 程结构、海冰灾害的重要内容。为确定冰情数 据,研究者基于多年的实测气象资料对海冰厚度 进行了大量的数值推算,季顺迎等<sup>[22-23]</sup>基于辽东 湾 JZ20-2 海域 1996-2000 年海冰定点观测数据 与数值模拟结果, 拟合出该海域平整冰冰厚的概 率分布,发现海冰厚度服从对数正态分布。吴辉 碇<sup>[24]</sup>认为不同冰情等级的发生概率服从正态分 布,并给出不同重现期各冰区的设计冰厚。段忠 东等[25]采用平稳二项随机过程模型和组合概率 方法,统计分析了年最大海冰厚度的概率分布及 参数,并推算了若干年重现期的极值海冰厚度。 然而,有关资料显示,与20世纪相比,近20年我 国海域冰情偏轻<sup>[26-29]</sup>,因此有必要对气候变化背 景下海冰厚度的概率密度变化进行分析。

本文选取辽东湾冰情最重的营口海域作为 研究对象,使用 1951 年以来的气象观测数据,结 合一维高分辨率热力学模式(HIGHTSI),重现 1951-2018 年营口海域平整冰的冰厚数据。以 上述计算结果为基础,对气候变化背景下海冰厚 度演变规律及其对工程的影响进行评估。

#### 1 数据与研究方法

### 1.1 研究区域

渤海海冰主要分布于辽东湾、渤海湾、莱州 湾,其中辽东湾冰情最严重。由于渤海湾与莱州 湾冬季有冰天数较少,气候变化引起的冰情变化 不明显。因此,本文选取辽东湾冰情最重的营口 海域为研究对象。营口位于辽东湾顶部东侧,附 近海域平均水深为 5 m,海水盐度约为 28,冰情 为每年 12 月初至次年 3 月底。

1.2 数据

(1)气象数据

气象数据源于中国气象网《中国地面气候资料日值数据集》(http://data.cma.cn/)。根据各省上报的全国地面月报信息化文件和《全国地面气候资料(1961-1990)统计方法》《地面气象观测 规范》,整编统计得到数据集。数据集为中国 756个基本、基准地面气象观测站及自动站 1951年到现在的日值数据集,要素包括:平均气 温、日最高气温、日最低气温、平均相对湿度、 最小相对湿度、平均风速、最大风速、最大风速 的风向、极大风速、极大风速的风向、日照时 数。本文选择距离鲅鱼圈雷达站最近的营口气 象站数据进行分析。 (2) 鲅鱼圈海冰观测数据

为研究渤海海冰的生消运移规律,国家海洋 局在营口鲅鱼圈墩台山建立了海冰定点观测系 统,通过雷达监测系统对海冰要素进行连续同步 测量。海冰信息包括海冰厚度、类型和密集度 等,其中,海冰厚度由海冰冰型反演而来。现场 海冰观测主要针对雷达覆盖范围内的平整冰,海 冰厚度代表能见范围内海冰的一般厚度(能见范 围内分布最多的平整冰厚度)。海冰厚度观测结 果虽然不是固定海冰的观测,但本文近似认为雷 达覆盖范围内平整冰厚度与垂向热力学过程模 拟结果具有一致性,观测数据可以为冰厚生长过 程与平整冰冰厚最大值提供评价依据。本文以 2018 年冬季,每日 8 时、14 时、20 时海冰观测数 据作为海冰厚度分析的基础资料。

1.3 海冰热力学模式

一 维 高 分 辨 率 雪 /冰 热 力 学 数 值 模 式 (HIGHTSI)可模拟雪/冰生消过程, 计算雪/冰的 表面温度、内部温度和厚度变化。HIGHTSI 模 式已用于渤海、南极湖、北极海、波罗的海海冰 和芬兰湖冰等的热力学数值模拟, 现为芬兰气象 局对波罗的海海冰的日常预报业务模式。模式 采用的关键过程、模型参数、外强迫项及输出结 果见表 1。基于上述设置, 本文对营口海域海冰 进行热力学计算, 时间为 1951—2018 年(67 a)每 年 12 月 1 日至次年 3 月 31 日。

表1	HIGHTSI 模型的主要组成部分和本文参数选取 <sup>[30]</sup>
----	--

Tab.1	Major componen	ts of HIGHTSI	model and	parameters	used for	this study
-------	----------------	---------------	-----------	------------	----------	------------

方程	冰表面热量和质量平衡	冰-雪温度	冰底热量和质量平衡		
	入射短波辐射	T:温度	h <sub>i</sub> :海冰厚度		
	表面反照率	<i>t</i> :时间	L <sub>i</sub> :冻结潜热		
	I(z):穿透短波辐射	z:垂直坐标	Fw:冰底热通量		
	入射与反射长波辐射	<i>ρ</i> :密度			
参数	感热通量与潜热通量	c: 比热容			
	表面透射率	k:热传导系数			
	F <sub>c</sub> :传递到表面的热通量	q(z,t):吸收的太阳辐射			
	F <sub>m</sub> :表面融化的热通量	s与i:分别代表雪与冰			
	T <sub>sfc</sub> :表面温度				
	$k_i = 1.5 \text{ m}^{-1}$	$k_0 = 2.03 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$F_w = 2 \text{ W/m}^2$		
本文参数设置	α <sub>s,1</sub> :参数化方案(Briegleb, et al., 2004)	$\rho_{\rm i} = 910 \ {\rm kg \ m}^{-3}$	$T_f = -1.4$ °C		
	0.97	$c_i = 2093 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$L_i = 0.33 \times 10^6 \mathrm{J  kg}^{-1}$		
输入	风速;气温;相对湿度;云量系数;短波辐射(参数化)				
模型设置	步长: 1 h; 垂直分辨率: 20层; 初始海冰厚度: 5 cm				
输出	海冰厚度;冰温				

#### 2 结果与讨论

#### 2.1 结果验证

本文以 2018 年冬季(常冰年)鲅鱼圈雷达观 测站海冰厚度观测数据为基础,验证计算结果。 鲅鱼圈附近海冰观测内容有:逐时雷达观测海冰 厚度数据和每周1次现场沿岸观测。上述观测 数据与本文计算结果比对如图1所示,可以发 现,数值计算结果可以模拟初冰期与盛冰期的海 冰情况,但对融冰期海冰的模拟存在偏差。这是 因为,本文计算采用的是一维热力学模式,没有 考虑海冰动力过程。现场观测显示,在初冰期与 盛冰期,观测范围内分布大范围平整冰,且布满 能见海面;在融冰期,离岸风导致平整冰快速向 深水区输运(离开观测区域),此时观测到的海冰 大多为重新成为浮冰的近岸固定冰,造成浮冰冰 厚观测结果明显大于计算结果。可见,一维热力 学模式可以模拟营口海域平整冰的生消过程。





Fig. 1 Seasonal evolution of modeled and observed ice thickness for 2018 ice season( The vertical bar is the standard deviation of observed ice thickness)

## 2.2 气温数据分析

作为海冰生消过程的重要条件,气温一直是 海冰冰情发展的控制性热力条件。本文使用资 料可查的营口气象站(鲅鱼圈附近)数据,对长序 列的气温变化过程进行阐述。一般而言,辽东湾 初冰日均在12月1日后,融冰日在3月31日 前,所以营口气象站气象数据为12月1日至次 年3月31日,计算结果如图2所示。从图2可 以发现,气象站冬季气温呈明显增加趋势,年际 升温趋势均为 0.033 ℃/a(M-K 趋势检验),升温 趋势在 1990 年之后尤为明显。对冬季可能有海 冰生成的月份进行月平均值趋势分析,12 月与 3 月气温增加趋势相对较小,均为 0.02 ℃/a;1 月 平均升温速率次之,约为 0.034 ℃/a;2 月升温趋 势最明显,约为 0.055 ℃/a。







#### 2.3 海冰厚度计算结果

图 3 给出了 67 个冰季模型海冰厚度的季节 演变及平均值,可以发现,季节海冰厚度演变表 现出较大的年际变化,并且近几年海冰厚度与冰 期长度呈明显减小趋势。所有年份海冰厚度与冰 平均结果分布较为对称(图 3 黑色线),最大平均 海冰厚度发生在 2 月初,平均 24 cm。对每年计 算结果的最大海冰厚度和平均海冰厚度进行 Theil-Sen 斜率分析,发现两者均呈减少趋势,减



# 图 3 1951-2018 年海冰厚度计算结果; 黑色线为平均 海冰厚度<sup>[30]</sup>

Fig. 3 The ice thicknesses for 1951–2018. The thick black line is the modeled seasonal average ice thicknesses

小速率分别为 0.255 cm/a 和 0.076 cm/a。

2.4 海冰厚度演变规律

从图 3 可以发现,营口海域海冰厚度年际变 化波动较大,不利于海冰厚度演变规律的研究。 为此,本文选择10a的海冰厚度计算结果为样 本,明确不同海冰厚度区间随时间的演变规律。 以1955年度为例,使用1951-1960年冬季海冰 厚度计算结果为样本库,分别计算[0~10 cm]、  $[10 \sim 20 \text{ cm}]$ ,  $[20 \sim 30 \text{ cm}]$ ,  $[30 \sim 40 \text{ cm}]$ ,  $[40 \sim 100 \text{ cm}]$ ,  $[40 \sim 100$ 50 cm]、[50~60 cm]海冰厚度的发生概率。依 据上述计算方法,获得 1955-2013 年冬季 10 a 滑动海冰厚度的发生概率。为直观展现海冰厚 度的演变规律,本文对10~60 cm海冰厚度的分 布概率进行插值, 绘制 1955-2014 年期间 10~ 60 cm 海冰厚度的概率变化云图,结果见图 4a; 因为小于 10 cm 海冰厚度发生概率明显大于其 他区间,所以本文单独绘制其发生概率的演变曲 线,结果见图 4b。



图 4 海冰厚度演变过程图

Fig. 4 Graph of the evolution of ice thickness

从图 4 可以发现, 20 世纪 70 年代之前, 大冰 厚(大于 35 cm 视为极端海冰厚度情景)的发生 概率逐渐减小, 基本转移至 20~30 cm; 20 世纪 80 年代, 20 cm 以上的海冰厚度发生概率逐渐减 小, 小于 10 cm 海冰的发生概率逐渐增大; 20 世 纪 90 年代, 气温连续维持高位, 冰情较轻, 小于 10 cm 海冰厚度的发生概率达到最大, 其他海冰 厚度发生概率维持最小; 进入 21 世纪, 气温波动 变化较小, 20~30 cm 海冰厚度区间的发生概率 略有增加, 10 cm 以下海冰发生的概率略有减 小。若把20世纪90年代异常升温数据剔除掉,则20世纪60年代后海冰厚度呈连续减小趋势。

对不同海冰厚度区间发生概率随时间的变 化进行研究,可以发现,(1)当海冰厚度大于 50 cm 时,发生的概率逐渐减少,在 20 世纪 90 年 代降为0,最大发生概率为20世纪50年代。(2)当 海冰厚度为40~50 cm时,海冰厚度呈逐渐减小 趋势(除 2000 年),最大发生概率为 20 世纪 50年代。(3)当海冰厚度为 30~40 cm 时,发生 概率呈先增大后减小的趋势,最大发生概率为 20世纪60年代。(4)当海冰厚度处于20~ 30 cm 时,发生概率呈先增大后减小再增大的趋 势,最大发生概率为20世纪70年代,最小概率 为21世纪前10年。(5)当海冰厚度处于10~ 20 cm 时,发生概率呈先增大后减小的趋势,最大 发生概率为20世纪70年代。(6)当海冰厚度小 于 10 cm 时, 除 20 世纪 90 年代明显增大外, 小 冰厚(小于10 cm)的发生概率随时间呈增大趋 势,最大发生概率为1990年之后。

自 1950 年以来,海冰厚度的演变规律为:冰 厚越大,其发生概率的时间也越早。大于 40 cm 海冰的最大发生概率为 20 世纪 50 年代,30~ 40 cm 海冰的最大发生概率为 20 世纪 60 年代, 10~30 cm 海冰的最大发生概率为 20 世纪 70 年 代,小于 10 cm 海冰的最大发生概率为 20 世纪 90 年代。以上结果进一步证实了,随气温的升 高,10 年季大冰厚发生概率逐渐向小冰厚转移, 并最终演化至小于 10 cm。

2.5 海冰厚度演变对工程应用的影响

海洋工程结构使用累积损伤法计算结构寿命,离不开冰载荷概率密度函数的准确阐述。为明确气候变化背景下海冰概率密度函数的变化,本文分别对 20 世纪 50 年代、60 年代、70 年代、80 年代、90 年代,21 世纪 00 年代、10 年代,以10 cm 为步长给出各自的分布概率,结果见图 5。从图 5 可以发现,21 世纪 10 年代的海冰厚度主要集中在 30 cm 以下。

以海冰厚度为自变量对分布概率进行分析, 发现 20 世纪 50 年代、60 年代、80 年代,21 世 纪 00 年代与 10 年代均表现为随海冰厚度增大, 各厚度区间的概率呈减小-增大-减小的规律,也就是说,海冰厚度的分布概率表现出两个峰值(小于10 cm 海冰厚度的发生概率与30 cm 左右海冰厚度的分布概率);70 年代、90 年代期间冰情整体稳定,各海冰厚度区间的分布概率表现出连续减小的趋势。可见,一般情况下10 年内冰情的严重程度呈现轻冰年与重冰年的波动变化,而70 年代表现为持续的常冰年冰情、90 年代表现为持续的轻冰年冰情。





将本文计算结果与当前可查的两个海冰概 率密度函数对比讨论。文献<sup>[23]</sup>依据 1996-2000 年(4a)的观测与计算结果,给出锦州海域概率密 度函数。这一概率密度函数的最大值在5 cm 左 右,且函数只有一个峰值(缺 30 cm 处的峰值); 这一结果与本文计算结果的第一个峰值相当, 与90年代海冰厚度分布概率结果类似;导致这 一结果的原因是文献<sup>[23]</sup>所选取的海冰厚度样本 库恰好为冰情较轻的时期,样本库缺乏冰情偏重 年份的海冰厚度样本。文献<sup>[4]</sup>以鲅鱼圈雷达海 冰观测站近 20 a(2001-2018年)的实测海冰厚 度数据进行统计分析,给出鲅鱼圈海域的海冰厚 度概率密度函数:这一概率密度函数的最大值 为30 cm 左右,同样仅有一个峰值(缺5 cm 处峰 值),与本文计算结果的第二个峰值相当,与同时 期模拟海冰厚度的概率分布结果类似:导致这一 结果的原因是, 鲅鱼圈海冰观测在每年小冰厚时 期的观测数据存在缺失(观测基本从1月开始, 此时海冰厚度已达 10 cm 以上),导致文献<sup>[4]</sup>同 样仅有一个峰值。

### 3 结论

(1)所有年份平均最大海冰厚度发生于2月 初,平均最大海冰厚度约为24 cm。对每年计算 结果的最大海冰厚度和平均海冰厚度进行 Theil-Sen 斜率分析,发现二者均呈减少趋势,减小速 率分别为0.255 cm/a 和0.076 cm/a。

(2)自 1950年以来,海冰厚度演变规律为: 厚度越大,其发生概率的时间也越早。大于 40 cm海冰厚度的最大发生概率为 20 世纪 50 年 代,30~40 cm海冰厚度的最大发生概率为 20 世 纪 60 年代,10~30 cm海冰厚度最大发生概率 为 20 世纪 70 年代,小于 10 cm海冰厚度最大发 生概率为 20 世纪 90 年代。

(3)给出 1951 年以来 10 年季海冰厚度的分 布概率: 一般情况下, 10 年内冰情的严重程度呈 轻冰年与重冰年的波动变化, 各海冰厚度区间的 概率呈先增大后减小的规律; 而 20 世纪 70 年代 为持续的常冰年冰情, 90 年代为持续的轻冰年 冰情, 各海冰厚度呈连续减小趋势。

# 参考文献:

- HUANG Y, SHI Q Z, SONG A. Model test study of the interaction between ice and a compliant vertical narrow structure[J]. Cold Regions Science and Technology, 2007, 49(2): 151-160.
- [2] YANG G J. Bohai sea ice conditions[J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2000, 14(2): 54-67.
- [3] LI Z J, KANG J C, PU Y B. Fabric and crystal characteristics of Bohai and Arctic sea ice[J]. Chinese Journal of Polar Science, 2002, 13(1): 23-28.
- [4] 马玉贤,关 湃,许 宁,等. 辽东湾海洋工程可靠性设计的 海冰参数选取[J]. 海洋工程, 2019, 37(3): 136-142.
- [5] LI N, MAKI T, HAYAKAWA S, et al. Relationship between sea ice thickness and temperature in Bohai Sea of China[J]. Journal of the Faculty of Agriculture, Kyushu University, 2005, 50(1): 165-173.
- [6] MAYKUT G A, UNTERSTEINER N. Some results from a time-dependent thermodynamic model of sea ice[J]. Journal of Geophysical Research, 1971, 76(6): 1550-1575.
- [7] 程 斌. 一维海冰热力模式的守恒型差分格式和数值模 拟[J]. 海洋通报, 1996, 15(4): 8-16.
- [8] CHENG B, LAUNIANEN J, VIHMA T. Modelling of superimposed ice formation and sub-surface melting in the

Baltic Sea[J]. Geophysica, 2003, 39(1/2): 31-50.

- [9] CHENG B, VIHMA T, PIRAZZINI R, et al. Modelling of superimposed ice formation during the spring snowmelt period in the Baltic Sea[J]. Annals of Glaciology, 2006, 44: 139-146.
- [10] CHENG B, ZHANG Z H, VIHMA T, et al. Model experiments on snow and ice thermodynamics in the Arctic Ocean with CHINARE 2003 data[J]. Journal of Geophysical Research, 2008, 113(C9): C09020.
- [11] CHENG B, VIHMA T, RONTU L, et al. Evolution of snow and ice temperature, thickness and energy balance in Lake Orajärvi, northern Finland[J]. Tellus A:Dynamic Meteorology and Oceanography, 2014, 66(1): 21564.
- [12] CHENG B, VIHMA T, PALO T, et al. Observation and modelling of snow and sea ice mass balance and its sensitivity to atmospheric forcing during spring and summer 2007 in the Central Arctic[J]. Advances in Polar Science, 2021, 32(4): 312-326.
- [13] WANG C X, CHENG B, WANG K G, et al. Modelling snow ice and superimposed ice on landfast sea ice in Kongsfjorden, Svalbard[J]. Polar Research, 2015, 34: 20828.
- [14] LAUNIAINEN J, CHENG B. Modelling of ice thermodynamics in natural water bodies[J]. Cold Regions Science and Technology, 1998, 27(3): 153-178.
- [15] YAN Y, UOTILA P, HUANG K Y, et al. Variability of sea ice area in the Bohai Sea from 1958 to 2015[J]. Science of the Total Environment, 2020, 709: 136164.
- [16] MÄKYNEN M, KARVONEN J, CHENG B, et al. Operational service for mapping the Baltic sea landfast ice properties[J]. Remote Sensing, 2020, 12(24): 4032.
- [17] KARVONEN J, CHENG B, VIHMA T, et al. A method for sea ice thickness and concentration analysis based on SAR data and a thermodynamic model[J]. The Cryosphere, 2012, 6(6): 1507-1526.
- [18] 吴辉碇, 白 珊. 海冰动力学过程的数值模拟[J]. 海洋学报, 1998, 20(02): 1-13.

- [19] HUANG Y. Model test study of the nonsimultaneous failure of ice before wide conical structures[J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 63(3): 87-96.
- [20] SODHI D S. Crushing failure during ice—structure interaction[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001, 68(17/18): 1889-1921.
- [21] SCHULSON E M. Brittle failure of ice[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001, 68(17/18): 1839-1887.
- [22] 季顺迎, 岳前进. 渤海海冰特征厚度分析[J]. 海洋学报, 2000, 22(6): 117-123.
- [23] 季顺迎, 岳前进, 毕祥军. 辽东湾JZ20-2海域海冰参数的概 率分布[J]. 海洋工程, 2002, 20(3): 39-43.
- [24] 吴辉碇. 渤海海冰设计作业条件[M]. 北京: 海洋出版社, 2001.
- [25] 段忠东, 杨冀东, 欧进萍, 等. 渤海及黄海北部年极值冰厚概 率分布的统计分析[J]. 黄渤海海洋, 2000, 18(3): 34-40.
- [26] 刘永青,李辉辉,史文奇,等. 单层平整冰厚设计条件推算方法的比较——以辽东湾JZ20-2海域为例[J]. 海洋环境科学, 2017, 36(6): 941-946.
- [27] GONG D Y, KIM S J, HO C H. Arctic Oscillation and ice severity in the Bohai Sea, East Asia[J]. International Journal of Climatology, 2007, 27(10): 1287-1302.
- [28] OUYANG L X, HUI F M, ZHU L X, et al. The spatiotemporal patterns of sea ice in the Bohai Sea during the winter seasons of 2000–2016[J]. International Journal of Digital Earth, 2019, 12(5): 893-909.
- [29] YAN Y, SHAO D D, GU W, et al. Multidecadal anomalies of Bohai Sea ice cover and potential climate driving factors during 1988–2015[J]. Environmental Research Letters, 2017, 12(9): 094014.
- [30] MA Y X, CHENG B, XU N, et al. Long-term ice conditions in Yingkou, a coastal region northeast of the Bohai Sea, between 1951/1952 and 2017/2018: Modeling and Observations[J]. Remote Sensing, 2022, 14(1): 182.